

# 混凝土薄壳球形水窖结构的优化设计<sup>\*</sup>

张仕华<sup>1</sup>,朱德兰<sup>1</sup>,高建恩<sup>2</sup>,王彦武<sup>3</sup>

(1 西北农林科技大学 资源环境学院,陕西 杨凌 712100;2 中国科学院 水利部 水土保持研究所,  
陕西 杨凌 712100;3 甘肃省水土保持科学研究所,甘肃 兰州 730020)

**[摘要]** 【目的】分析球形水窖空间结构的应力分布情况进行几何尺寸优化,避免建设者根据经验来确定球形水窖的厚度、构造及混凝土标号,以节省建窖材料,同时防止应力不足而发生破坏。【方法】利用基于 ANSYS 平台新开发的窖体有限元分析软件,对实际中窖壁厚度为 4 和 11 cm 的混凝土薄壳球形水窖进行空间结构应力分析,同时以水窖耗材量最小为目标函数,以许用应力和变形量为约束条件,对其进行几何尺寸优化。【结果】计算得出窖壁厚度为 4 和 11 cm 的水窖最大拉应力分别为 1 380.00 和 447.31 kPa,最大压应力分别为 5 153.20 和 1 896.70 kPa;优化出空窖不利工况下容积为 20,30 和 40 m<sup>3</sup> 的球形水窖窖壁最佳厚度,即栗钙土地区分别为 0.051,0.061 和 0.065 m,黄土地区分别为 0.050,0.059 和 0.062 m。【结论】经软件优化计算后的球形水窖结构,既能满足强度和刚度的要求,同时也最大限度地节约了材料用量;利用新开发的窖体结构优化分析软件,能够对球形水窖进行空间应力分析与结构优化,可以作为球形水窖设计软件。

**[关键词]** 混凝土;薄壳球形水窖;有限元;结构优化

**[中图分类号]** TU991.14

**[文献标识码]** A

**[文章编号]** 1671-9387(2009)09-0214-05

## Optimum design of spherical concrete shell water cellar structure

ZHANG Shi-hua<sup>1</sup>, ZHU De-lan<sup>1</sup>, GAO Jian-en<sup>2</sup>, WANG Yan-wu<sup>3</sup>

(1 College of Resources and Environment, Northwest A & F University, Yangling, Shaanxi 712100, China;

2 ISWC, Chinese Academy of Sciences and Ministry of Water Resources, Yangling, Shaanxi 712100, China;

3 Gansu Science Institute of Soil and Water Conservation, Lanzhou, Gansu 730020, China)

**Abstract:** 【Objective】 This paper analyzed stress distribution and geometry optimization of the spherical water cellar space structure to help builders avoid to dedetermining the cellar wall thickness and concrete structure of the label by their experience, so it can save materials and prevent damage due to less stress. 【Method】 This project used the newly developed cellar finite element analysis software (based on ANSYS software) to analyze stress distribution and obtain geometry optimization of the 4 and 11 cm thickness cellar spacail structure to use the minimum of water cellar materials as the objective function, and to use allowable stress of the material as the constrain condition. 【Result】 In this article, the calculated maximum tensile stress of 4 and 11 cm thickness cellars was 1 380.00 and 447.31 kPa, the maximum compressive stress was 5 153.20 and 1 896.70 kPa. Under adverse construction conditions, the optimal wall thickness of empty spherical cellar whose capacity was 20, 30 and 40 m<sup>3</sup> namely 0.051, 0.061 and 0.065 m in Chestnut soil zone as well as 0.050, 0.059 and 0.062 m in Loess zone respectively. 【Conclusion】 The results showed that after being calculated and optimized by the software, the spherical water cellar could meet the requirements of stiffness and strength, and maximize the amount of material savings. The new developed cellar fi-

\* [收稿日期] 2008-12-11

[基金项目] 国家科技支撑计划项目“调控工程结构优化与新型设施开发”(2006BAD09B01);“雨水安全继续与利用技术及装置开发”(2006BAD01B04)

[作者简介] 张仕华(1983-),男,四川宜宾人,在读硕士,主要从事水土保持研究。E-mail: zhangshihua235@126.com

[通信作者] 朱德兰(1969-),女,青海乐都人,教授,硕士生导师,主要从事水资源高效利用研究。E-mail: dlzhu@126.com

nite element analysis software can analyze the spatial structure and geometry optimization of the spherical water cellar.

**Key words** :concrete ;shell spherical water cellar ;finite element ;structural optimization

迄今为止,水窖已经有 600 多年的使用历史<sup>[1]</sup>。混凝土薄壳球形水窖作为一种常用的集雨设施,在黄土地区以及贫困山区较为常见,窖水一般用于人畜饮水。随着社会发展和人口剧增,淡水资源紧缺程度也越来越严重,球形水窖作为收集雨水的一种典型设施,不仅应用于干旱地区,而且应用于降雨量大的南部山区以及城市。在贫困山区,一般一眼 20 m<sup>3</sup> 的水窖就能完全满足一家 5 口人的生活用水<sup>[2]</sup>,水窖储水不仅用于人畜饮水和作物灌溉,在城市还可用于洗车和绿化灌溉。

现行水窖都是建窖者根据自己的修筑经验建造的,在水窖的构造、厚度和选材方面存在着很大的盲目性,所以,有必要对该水窖进行强度验算并确定出合理的尺寸。由于水窖结构的三维尺寸差异较小,所以在结构计算中应以空间结构原理为基础,但计算工作量大而且复杂,必须借助于适当的计算机软件才能完成,ANSYS 软件的出现为解决这一问题提供了有力支持。另外,我国的水窖使用者和修建

者多为农民,由于缺乏理论指导,建成的水窖或由于局部应力过大导致破坏,或因壁厚过大造成材料浪费,截至目前,还未见对球形水窖进行空间结构分析的报道。因此,本研究借助于大型有限元分析软件 ANSYS,对球形水窖进行结构设计和应力分析,以期设计出既安全又经济的混凝土薄壳球形水窖,为该水窖的建设者提供技术支撑,为新型水窖的开发提供理论基础。

### 1 混凝土薄壳球形水窖有限元法分析模型的建立

水窖有限元法分析的基本思想,是将窖体结构离散为若干个仅由节点相连的单元,在进行有限元分析时,将各种荷载转移至各个单元与节点上,利用插值函数考虑连续边界条件,建立有限元求解方程组,并表示为规范化的矩阵形式,求得窖体结构各部分所受到的应力与产生的位移<sup>[3-4]</sup>。

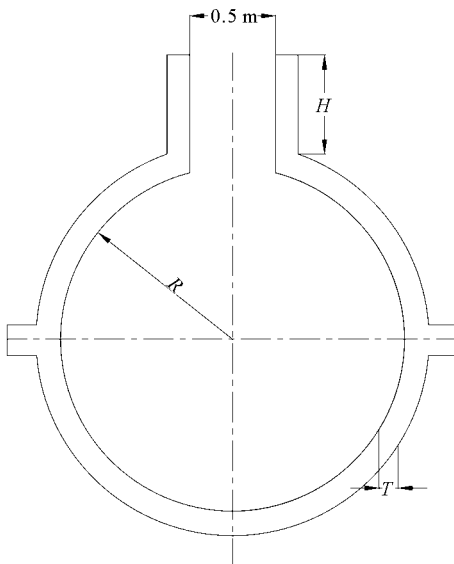


图 1 球形水窖横断面尺寸的结构简图

Fig. 1 Skeptical map of spherical water cellar

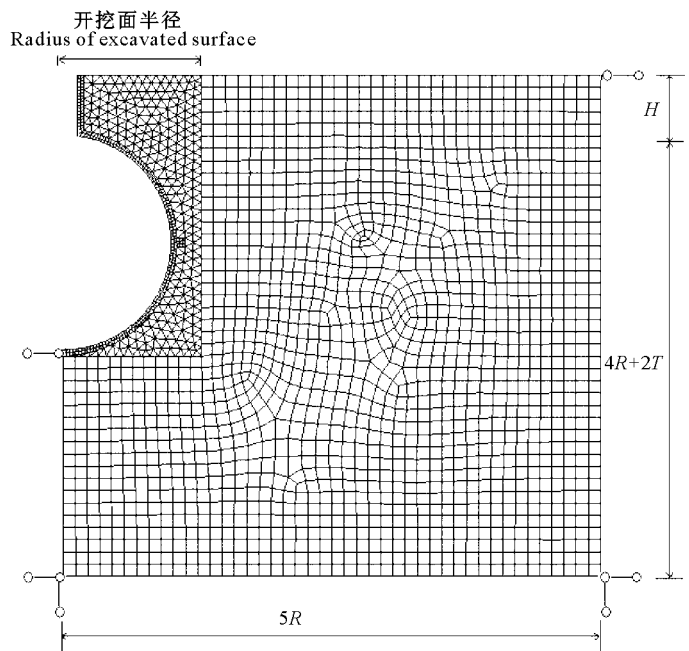


图 2 球形水窖衬砌和土体轴对称断面网格的划分

Fig. 2 Meshing of spherical water cellar lining and soil axisymmetrical sections

本研究分析的水窖结构属于轴对称旋转体,所以应用轴对称问题的有限单元法来解决,将空间结

构简化为平面问题来分析,且分析范围只取水窖横断面的一半,该水窖横断面结构如图 1 所示,半径为

$R$ , 容壁厚度为  $T$ , 容颈高为  $H$ , 取水口直径一般为  $0.5\text{ m}$ , 圈梁厚度和高度一般为  $0.15\text{ m}$ <sup>[5]</sup>。

实体模型建立后, 需要划分网格以建立有限元模型, 采用 8 节点四边形单元 Plane82 对容体横截面进行网格划分, 将单元的轴对称选项打开<sup>[6]</sup>, 为了更好地模拟水窖衬砌部分与周围土体的相互作用, 也将其加入到模型中进行分析, 水窖右面与下面土体的取值应为容体半径的  $2 \sim 5$  倍<sup>[7-8]</sup>, 同时用 Plane82 单元进行网格划分, 土体约束及取值如图 2 所示, 字母表示意义与图 1 一致。

## 2 水窖不利工况与载荷组合分析

一般情况下, 球形水窖埋在地面以下, 进水口与地面齐平, 水窖建成后, 在外围填土, 因此当水窖蓄满水时, 土压力和水压力方向相反, 部分应力相互抵消, 所以满载并不是最不利工况。当水窖处于空窖状态时, 水窖受到土压力和衬砌自重等不变荷载以及人群、车辆等可变荷载的作用, 此时为最不利工况, 土压力又可分为垂直土压力和侧向土压力, 垂直土压力强度按下式计算<sup>[9-10]</sup>:

$$p_s = \gamma_s H_s \quad (1)$$

式中:  $p_s$  为水窖外壁不同位置的土压力强度 (kPa),  $\gamma_s$  为土的容重 ( $\text{kN}/\text{m}^3$ ),  $H_s$  为窖体外壁不同位置处土的埋深 (m)。

为了安全起见, 侧向土压力强度按静止土压力计算, 公式为:

$$p_s = K \gamma_s H_s \quad (2)$$

式中:  $K$  为侧土压力系数, 与土的种类有关, 同一种土的  $K$  值又与其空隙比、含水量、加压条件、压缩程度等有关,  $K = \frac{\mu}{1 - \mu}$ , 其中  $\mu$  为侧膨胀系数即泊松比。

人群荷载取值为  $4\text{ kPa}$ , 车辆荷载根据《公路桥涵设计通用规范 JTG D60-2004》<sup>[11]</sup> 对车辆荷载引起的土压力计算方法的规定, 将车辆荷载用一个均布荷载 (或换算成等效均布土层) 来代替。均布荷载的计算式为<sup>[12]</sup>:

$$q = G/BL \quad (3)$$

表 1 普通混凝土球形水窖在空载工况下应力极值的计算结果

Table 1 Maximum stress of general concrete spherical water cellar under the most unfavorable conditions

容壁厚度/cm Thickness	$S_{1\max}/\text{kPa}$	$S_{1\min}/\text{kPa}$	$S_{2\max}/\text{kPa}$	$S_{2\min}/\text{kPa}$	$S_{3\max}/\text{kPa}$	$S_{3\min}/\text{kPa}$	材料用量/ $\text{m}^3$ Mterial dosage
4	1 380.00	- 185.86	862.48	- 3 688.50	268.62	- 5 153.20	2.25
11	447.31	- 132.12	165.47	- 1 366.10	58.84	- 1 869.70	5.92

从表 1 可以看出, 混凝土薄壳球形水窖在空载不利工况下, 容壁厚度为  $4\text{ cm}$  和  $11\text{ cm}$  时受到的最

式中:  $q$  为车辆荷载换算成的均布荷载;  $G$  为布置在计算面积内的车辆轮重的总质量;  $B$  为挡土墙的计算长度 (一般取挡土墙的分段长度, 取值为  $10 \sim 15\text{ m}$ );  $L$  为挡土墙后填土的破坏长度, 即车辆荷载布置的路基有效宽度。挡土墙后填土的破坏长度  $L$  的计算如下<sup>[12]</sup>:

$$L = H \cot \alpha \quad (4)$$

式中:  $H$  为挡墙高度;  $\alpha$  为计算的滑动面倾角, 依理论公式得到, 即:

$$\cot \alpha = \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} - \tan \alpha \quad (5)$$

式中:  $\alpha$  为墙后填土的有效内摩擦角。

## 3 混凝土薄壳球形水窖结构应力分析

传统混凝土球形水窖结构尺寸的设计并不统一, 主要在容壁厚度上有变化, 例如, 水窖容积为  $30\text{ m}^3$ , 青海互助县筑窖厚度为  $4\text{ cm}$ , 而黄土地区多为  $11\text{ cm}$ <sup>[13-14]</sup>。青海互助 1998 ~ 1999 年实施的 6 136 户雨水积蓄利用工程建设中, 有一部分为混凝土薄壳球形水窖, 采用 150 号混凝土现浇, 水泥灰刷面。窖容按  $30\text{ m}^3$  设计, 开挖范围  $4.74\text{ m}$ , 窖壁厚  $0.04\text{ m}$ , 窖内直径  $3.86\text{ m}$ , 圈梁厚、宽均为  $0.15\text{ m}$ , 窖内表面积  $46.78\text{ m}^2$ , 取水口直径  $0.5\text{ m}$ , 容颈高度  $1\text{ m}$ <sup>[9]</sup>, 现采用 ANSYS 软件建立模型对厚度为  $4\text{ cm}$  和  $11\text{ cm}$  的水窖进行有限元结构分析, 对比其最大拉、压应力和变形。在分析时需输入的材料基本参数有水窖衬砌材料 (C15 混凝土) 的抗拉强度  $910\text{ kPa}$ , 抗压强度  $7\ 200\text{ kPa}$ , 杨氏弹性模量  $2.2 \times 10^7\text{ kPa}$  以及泊松比  $0.2$ 。水窖外围土壤属性参数的取值采用 2 种, 青海互助县土壤多为栗钙土, 容重为  $1 \sim 18\text{ kN}/\text{m}^3$ , 取  $18\text{ kN}/\text{m}^3$ , 杨氏弹性模量  $10^4\text{ kPa}$ , 泊松比  $0.35$ , 内摩擦角  $32^\circ$ , 凝聚力  $11\text{ kPa}$ ; 黄土地区土壤容重为  $11 \sim 16\text{ kN}/\text{m}^3$ , 取  $16\text{ kN}/\text{m}^3$ , 杨氏弹性模量  $8\ 000\text{ kPa}$ , 泊松比  $0.35$ , 内摩擦角  $35^\circ$ , 凝聚力  $10\text{ kPa}$ 。空窖工况下, 第一 ( $S_1$ )、第二 ( $S_2$ ) 和第三 ( $S_3$ ) 主应力如表 1 所示, 其中正值为拉应力, 负值为压应力。

大拉应力分别为  $1\ 380.00$  和  $447.31\text{ kPa}$ , 前者已经超过 C15 混凝土材料的抗拉强度 ( $910\text{ kPa}$ ), 而后者

则远远小于 910 kPa;两水窖受到的最大压应力分别为 5 153.20 和 1 869.70 kPa,均小于 C15 混凝土材料的抗压强度(7 200 kPa)。可见,修筑容积为 30 m<sup>3</sup>、壁厚 4 cm 的水窖,虽然混凝土用量较小(2.25 m<sup>3</sup>),但空窖并不能承受周围的岩土压力和人群、车辆活载的共同作用,最终会导致水窖破坏;窖壁厚度为 11 cm 的水窖在空窖时,实际最大拉压应力远远小于材料的许用应力,混凝土用量较大(5.92 m<sup>3</sup>),明显造成了材料浪费;因此,从满足窖体结构稳定性和节约材料两方面考虑,有必要对混凝土薄壳球形水窖的结构尺寸进行优化。

#### 4 混凝土薄壳球形水窖几何尺寸优化

为了在满足强度和刚度要求的条件下,减少材料用量,降低水窖成本,以水窖造价最低为目标函数,以应力和变形为约束条件,以水窖结构尺寸决策变量,建立优化模型。

##### 4.1 球形水窖优化模型的建立

水窖材料用量可按如下公式计算:

$$V = T[4R^2 + 4RT + 4T^2/3 + hT] + (2R_1hT - R_1^2T + 2T_1^2 + T_1^3) + 0.1 \quad (6)$$

式中:V 为窖壳体积(m<sup>3</sup>,窖材用量),R 为水窖内径(m),T 为窖壁厚度(m),R<sub>1</sub> 为取水口半径(m),T<sub>1</sub> 为圈梁高(宽,m),h 为窖颈高(m,上层覆盖土厚)。

以水窖造价最低为优化目标函数,则目标函数可用下式表示:

表 2 不同土质区不同容积水窖在空窖工况下的材料用量优化结果

Table 2 Material dosage optimal results of different volumes water cellar under the most unfavorable conditions

土质区 Soil area	容积/m <sup>3</sup> Volume	S <sub>1max</sub> /kPa	S <sub>1min</sub> /kPa	S <sub>2max</sub> /kPa	S <sub>2min</sub> /kPa	S <sub>3max</sub> /kPa	S <sub>3min</sub> /kPa	T/m	R/m	材料用量/m <sup>3</sup> Material dosage
栗钙土地区 Chestnut soil zone	20	908.24	-141.61	470.69	-2 620.80	87.58	-3 725.10	0.051	1.68	2.20
	30	896.10	-153.95	438.55	-2 497.90	94.73	-3 421.30	0.061	1.93	3.34
	40	883.21	-140.30	428.00	-2 567.00	97.90	-3 475.20	0.065	2.12	4.18
黄土地区 Loess zone	20	854.33	-138.76	468.50	-2 570.70	86.33	-3 588.20	0.050	1.68	2.18
	30	900.90	-139.07	510.83	-2 519.80	92.59	-3 401.20	0.059	1.93	3.22
	40	907.79	-147.94	460.19	-2 614.60	94.49	-3 468.00	0.062	2.12	4.01

从表 2 可以看出,在空窖工况下,栗钙土地区容积为 20,30 和 40 m<sup>3</sup> 的混凝土薄壳球形水窖,受到的最大拉应力分别为 908.24,896.10 和 883.21 kPa,最大压应力分别为 3 725.10,3 421.30 和 3 475.20 kPa;黄土地区容积为 20,30 和 40 m<sup>3</sup> 的混凝土薄壳球形水窖,受到的最大拉应力分别为 854.33,900.90 和 907.79 kPa,最大压应力分别为 3 588.20,3 401.20 和 3 468.00 kPa。2 种土质区 3 种容量水窖的最大拉应力均略小于材料的抗拉强度 910 kPa,在优化工程中,材料厚度由拉应力控制;最

$$\text{Min}W(T) = VC \quad (7)$$

式中:C 为建窖材料单价(元/m<sup>3</sup>)。

约束条件:窖体受到的最大拉应力 s<sub>p</sub> 910 kPa,最大压应力 7 200 kPa,最大变形量应小于或等于材料极限拉应变 0.000 15 m。

决策变量:窖壁厚度 T,变化范围为 0.05 ~ 0.20 m。

优化方法:ANSYS 优化方法有单步运行法(single run)、随机法(random designs)、乘法(factorial)、最优梯度法(gradient)、扫描法(DV Sweeps)、子问题法(sub-problem)、一阶优化工具(first-order)和用户优化算法(user optimizer)<sup>[15]</sup>。本研究采用子问题法(sub-problem)对窖体结构几何尺寸进行优化。子问题法是按照单一步长,在每次计算以后将设计变量在变化范围内加以改变,对于目标函数和状态变量的整体变化评估,可以用本工具实现。子问题法属于 ANSYS 优化工具中的零阶方法,是使用所有因变量(状态变量和目标函数)的逼近,对结构简单的模型能得到比较精确的解,选择该方法后需要指定参考设计序列(即初始设计序列)和最大可行性设计序列的数目,一般初始设计序列数目为 30,最大可行性设计序列为 10,即能满足一般优化要求,得到较为精确的解。

##### 4.2 水窖不同容水量的优化结果

通过 ANSYS 优化得出的不同土质区不同容积水窖材料用量优化结果,见表 2。

大压应力则远远小于材料的抗压强度 7 200 kPa,因此水窖结构满足强度和刚度要求。

由表 2 还可知,栗钙土地区混凝土薄壳球形水窖,在 20,30 和 40 m<sup>3</sup> 的最优化结构尺寸分别为:窖壁厚度 0.051,0.061 和 0.065 m,半径 1.68,1.93 和 2.12 m,材料用量 2.20,3.34 和 4.18 m<sup>3</sup>;黄土地区混凝土薄壳球形水窖,在 20,30 和 40 m<sup>3</sup> 的最优化结构尺寸分别为:窖壁厚度 0.050,0.059 和 0.062 m,半径 1.68,1.93 和 2.12 m,材料用量 2.18,3.22 和 4.01 m<sup>3</sup>。优化结果是在满足水窖结构强度和刚

度的要求下,主要对窖壁厚度进行优化,在这种结构设计下,不仅修筑水窖的材料最省,而且水窖结构稳定性较好。

## 5 结 论

1) 本研究对青海互助县修建的薄壳混凝土球形水窖进行了有限元分析,发现在空载工况下容水量为  $30 \text{ m}^3$  的水窖,采用  $0.04 \text{ m}$  的壁厚时,水窖受到的最大拉应力超过了 C15 混凝土的抗拉强度,虽然计算出的应力相对于实际会偏大,但随着水窖年限增加,窖体周围土在雨水浸润下逐渐软化,土压力也不断增大并趋于计算加载的土压力,这时如果水窖处于空窖状况下,将不能承受土压力而导致水窖破坏;而当窖壁厚度设计为  $11 \text{ cm}$  时,水窖受到的最大拉应力则远远小于材料抗拉强度,这直接导致了材料的浪费。

2) 本研究对栗钙土地区和黄土地区容水量为  $20, 30$  和  $40 \text{ m}^3$  的混凝土薄壳球形水窖分别进行了结构尺寸优化设计,以水窖造价最低为目标函数,以许用应力和变形量为约束条件,以水窖厚度为决策变量,建立了优化模型,并利用 ANSYS 软件求解,得到 2 种土质区不同容水量、不同工况下水窖的优化尺寸。优化出的水窖结构既能满足强度和刚度的要求,又能最大限度地节约材料用量,对水窖建设具有实用价值。同时可以看出,栗钙土地区修筑混凝土薄壳球形水窖在同等条件下所需材料比黄土地区稍多,水窖应力受土壤容重的影响较大。

## [参考文献]

- [1] 贾锐鱼,朱德兰,赵晓光. 北方旱区雨水收集利用技术 [J]. 防渗技术, 2001, 7(3): 37-40.  
Jia R Y, Zhu D L, Zhao X G. Technology of collecting and using to rain water in northern arid region [J]. Technique of Seepage Control, 2001, 7(3): 37-40. (in Chinese)
- [2] 杨建北,周孚明. 混凝土薄壳水窖 [J]. 中国水土保持, 1992 (10): 28.  
Yang J B, Zhou F M. Concrete shell water cellar [J]. Soil and Water Conservation in China, 1992 (10): 28. (in Chinese)
- [3] 王勳成. 有限单元法 [M]. 北京:清华大学出版社, 2003: 98-160.  
Wang X C. Finite element method [M]. Beijing: TsingHua University Press, 2003: 98-160. (in Chinese)
- [4] 王小民. 隧道内复合式路面有排水沟垫层应力分析 [J]. 山西建筑, 2007, 26(33): 315-316.  
Wang X M. Analysis of tunnel compound road surface [J]. Shanxi Architecture, 2007, 26(33): 315-316. (in Chinese)
- [5] 胡安焱,贺屹,于延凤. 渭北旱塬集雨工程类型及可行性分析 [J]. 中国农村水利水电, 2002(8): 17-18.  
Hu A Y, He Y, Yu Y F. Water aggregate engineering type and feasibility analysis in Weibei Dry Plateau [J]. China Rural Water and Hydropower, 2002(8): 17-18. (in Chinese)
- [6] 阚前华,谭长建,张娟,等. ANSYS 高级工程应用实例分析与二次开发 [M]. 北京:电子工业出版社, 2006: 285-299.  
Kan Q H, Tan C J, Zhang J, et al. Advanced engineering analysis and application of secondary development [M]. Beijing: Electronics Industry Press, 2006: 285-299. (in Chinese)
- [7] 肖克飏. 一种拼装式集雨水窖结构优化设计 [D]. 陕西杨凌: 西北农林科技大学, 2006.  
Xiao K B. Optimum design for structure of a type of conjoined water cellar [D]. Yangling, Shaanxi: Northwest A & F University, 2006. (in Chinese)
- [8] 江启升. 大内径调压井结构及洞室围岩稳定三维有限元分析 [D]. 成都:四川大学, 2004.  
Jiang Q L. 3D-FEM analysis of structure of surge shaft with big inner diameter and stability of surrounding rock [D]. Chengdu: Sichuan University, 2004. (in Chinese)
- [9] 范钦珊,施雯琴,孙汝勃. 工程力学 [M]. 北京:高等教育出版社, 1989: 273-301.  
Fan Q S, Shi X Q, Sun R J. Engineering mechanics [M]. Beijing: Higher Education Press, 1989: 273-301. (in Chinese)
- [10] 崔云鹏,蒋定生. 水土保持工程学 [M]. 西安:陕西人民出版社, 1998: 29-39.  
He Y P, Jiang D S. Soil and water conservation engineering [M]. Xi'an: Shaanxi People's Publishing House, 1998: 29-39. (in Chinese)
- [11] 中交公路规划设计院有限公司. JTG D60 - 2004 公路桥涵设计通用规范 [S]. 北京:人民交通出版社, 2004.  
CCCC Highway Consultants CO Ltd. JTG D60 - 2004 General code for design of highway bridges and culverts [S]. Beijing: The Ministry of Communications of PR China, 2004. (in Chinese)
- [12] 王俊杰,柴贺军. 车辆荷载下饱和路基挡墙主动土压力计算 [J]. 岩土工程学报, 2008, 30(3): 372-378.  
Wang J J, Chai H J. Active earth pressure induced by saturated subgrade under vehicle load [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(3): 372-378. (in Chinese)
- [13] 何世玉. 混凝土薄壳球形水窖的结构与建设效果 [J]. 中国水土保持, 2001(3): 19-20.  
He S Y. The building structure and effect of spherical shell of concrete water cellar [J]. Soil and Water Conservation in China, 2001(3): 19-20. (in Chinese)
- [14] 许红艳,何丙辉,李章成,等. 我国黄土地区水窖的研究 [J]. 水土保持学报, 2004, 18(2): 58-62.  
Xu H Y, He B H, Li Z C, et al. Study on cellar in Loess Zone [J]. Journal of Soil Water Conservation, 2004, 18(2): 58-62. (in Chinese)
- [15] 博奕创作室. APDL 参数化有限元分析及其应用实例 [M]. 北京:水利水电出版社, 2004: 178-217.  
Game Workshop. APDL parameterized finite element analysis and its application [M]. Beijing: Water Resources and Hydropower Press, 2004: 178-217. (in Chinese)